

# モデルベースコントロールによる 歯車減速機構を有する機械系の残留振動抑制

伊藤 昌彦  
Masahiko Itoh

## 1. まえがき

産業用ロボットおよび一般産業機械などの歯車減速機構を有する実機械システムにおいては、モータの出力軸と被駆動機械系間に減速機を含む種々の機械要素が介在する。そして、これらの機械要素のねじり剛性の低さに起因して、モータの起動および停止時などに、被駆動機械部で機械系の固有振動数と関わる低周波数域の残留振動が発生し、タクトタイムを短縮できないという問題が生じる場合が多い。

この問題を解決する制御手法としては、エンドエフェクタに検出器を設け状態量をフィードバックして残留振動を抑制する手法<sup>(1)</sup>や、検出器を用いずにオブザーバにより推定した状態量を用いてフィードバック制御する手法<sup>(2)(3)</sup>、外乱オブザーバと負荷速度のフィードバックを併用して抑制する方法<sup>(4)</sup>、さらにソフトウェアで動吸振器を構成してエンドエフェクタの残留振動を抑制する手法<sup>(5)</sup>などが提案されている。しかしながら、フルクローズドループ制御を行う手法は、その構成が簡素化できない点とコストアップを伴う点で実現に難点があると考えられる。また、従来用いられてきたオブザーバによる残留振動の抑制手法では、その構成に負荷の精密な制御モデルを必要とすることやローパスフィルタの挿入が必要であるなど、実現とフィールドでの調整に困難さを伴う点で問題があると考えられる。

本報では、実機の最終性能を決定する主な要因が、機械系の第1次の振動モードと関わる残留振動である場合が多いことを考慮して構成した制御モデルを用いて制振制御を行う「モデルベースコントロール手法」について述べる。その目的は、システムの実現の簡素化とフィールドでの調整の簡略化を図ることである。

本手法では、従来のオブザーバ手法がサーボアンプのトルク制御部で局所フィードバックループを構成するのに対し、速度制御系についての制御モデルを構成し補償を行う。

ハーモニックドライブ減速機を用いたねじり振動系に本手法を適用し、残留振動低減の効果を得たので報告する<sup>(7)</sup>。

## 2. システムの低次元化モデル

### 2.1 システムの基礎方程式

歯車減速機構を有する実機械システムの例として、[図1](#)に示すような回転ドラム駆動系が考えられる。これは、モータロータ部、減速機出力部およびドラム部の3慣性体から成る実用の典型的な機械システムであり、PI制御器を用いて速度制御系が構成されることが多い。そこでこのような3慣性体システムを取り上げ、モデル化を行う。

この3慣性体システムの運動方程式は次式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} J_m \ddot{\theta}_m + (C_g/R_g) (\dot{\theta}_m/R_g - \dot{\theta}_g) + (K_g/R_g) (\theta_m/R_g - \theta_g) &= T_m \\ J_g \ddot{\theta}_g + C_g (\dot{\theta}_g - \dot{\theta}_m/R_g) + K_g (\theta_g - \theta_m/R_g) \\ &+ (C_l/R_l) (\dot{\theta}_g/R_l - \dot{\theta}_l) + (K_l/R_l) (\theta_g/R_l - \theta_l) = 0 \\ J_l \ddot{\theta}_l + C_l (\dot{\theta}_l - \dot{\theta}_g/R_l) + K_l (\theta_l - \theta_g/R_l) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

ここで、

$\theta_m$  : モータの回転角度

$\theta_g$  : 減速機出力軸の回転角度

$\theta_l$  : 被駆動機械系の回転角度

$T_m$  : モータ部の駆動トルク

$J_m$  : モータ部の慣性モーメント

$J_g$  : 減速機の出力部の慣性モーメント

$J_l$  : 被駆動機械系(ドラム部)の慣性モーメント

$R_g$  : 減速機の減速比

$K_g$  : 減速機のねじり剛性

$C_g$  : 減速機の減衰定数

$R_l$  : 減速機出力軸と被駆動機械系間の減速比

$K_s$  : 減速機出力軸と被駆動機械系間のねじり剛性

$C_s$  : 減速機出力軸と被駆動機械系間の減衰定数

さらに、PI制御により速度制御されるサーボモータにおいて、その逆起電力および電機子巻線のインダクタンスを考慮すると、電機子回路の電圧方程式は式(2)のように表され、

$$\left. \begin{aligned} L \frac{di}{dt} &= K_t (K_v e + \frac{K_i}{T_i} \int e dt - K_a i) - Ri - K_e \omega_m \\ e &= \omega_{cmd} - \omega_m \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

サーボモータの駆動トルクは、式(3)で表される。

$$T_m = K_t i \dots (3)$$

ここに、

$\omega_{cmd}$  : 速度指令

$\omega_m$  : モータの回転速度

$e$  : 偏差

$i$  : 電機子電流

$L$  : 電機子インダクタンス

$R$  : 電機子抵抗

$K_t$  : トルク定数

$K_e$  : 誘起電圧定数

$K_c$  : 電流ループゲイン

$K_{cb}$  : 電流フィードバックゲイン

である。 $K_v$  および  $T_i$  は、それぞれ速度制御系のPI制御の比例ゲインおよび積分時定数である。

式(1)~(3)で与えられる電気制御系を含む3慣性体システムの数式モデルを基に、このブロックダイアグラムを描くと図2のようになる。ただし、図中の $\omega_g$ は減速機出力軸の回転速度、 $\omega_l$ は被駆動機械系の回転速度である。

## 2.2 機械系の低次元化モデル

実在する歯車装置を含む機械システムは、歯車接続段のねじり剛性が、被駆動系の軸やカップリングさらにタイミングベルトなどの剛性と比べ高い場合と、被駆動系が剛体とみなすことができ歯車接続段の剛性が最も低い場合に大きく分けられる場合が多い。図1に示すような回転ドラム駆動系は、前者の場合に相当する。本報告では、いずれの場合も高次の自由振動の減衰が十分に速く、低減すべき残留振動が第1次の固有振動数(固有モード)にのみ支配される場合を扱う。

このとき、図2に示す3慣性ねじり振動系は第1次の振動モードのみを考慮して、図3に示す2慣性ねじり振動系に縮約できる。この縮約された低次元化モデルにおいて、モータ軸に換算したモータ側および負荷側の慣性モーメントをそれぞれ  $J_m^m$  および  $J_l^m$ 、ねじりばね剛性を  $K_s^m$ 、さらに減衰定数を  $C_s^m$  で表すと、固有振動数  $\omega_n$  および減衰比  $\gamma_n$  は、式(4)で表される。ここで、肩字の  $m$  は低次元化モデルの定数であることを表す。

$$\left. \begin{aligned} \omega_n &= \sqrt{K_s^m (1/J_m^m + 1/J_l^m)} \\ \gamma_n &= \frac{C_s^m (1/J_m^m + 1/J_l^m)}{2\omega_n} \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} J_m^m &= J_m + J_g / R_g^2 \\ J_l^m &= J_l / (R_g^2 R_r^2) \\ K_s^m &= K_s / (R_g^2 R_r^2) \\ C_s^m &= C_s / (R_g^2 R_r^2) \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

さらに、慣性モーメント比  $R_n$  を  $R_n \equiv J_l^m / J_m^m$  と定義し式(4)を変形することで、 $J_l^m$ 、 $K_s^m$  および  $C_s^m$  は式(6)のように表される。

$$\left. \begin{aligned} J_l^m &= R_n J_m^m \\ K_s^m &= \frac{R_n J_m^m}{1 + R_n} \omega_n^2 \\ C_s^m &= \frac{2R_n J_m^m}{1 + R_n} \gamma_n \omega_n \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

このように表すことで低次元化モデルは、図面情報のみによらず、実機械システムで計測した残留振動波形を基に  $\omega_n$  および  $\gamma_n$  を求めることでも、容易に構成できることになる。

## 2.3 電気制御系の低次元化モデル

図2に示すブロックダイアグラムについて、電気制御系の低次元化モデルの作成を行う。ここでは誘起電圧の影響を無視する。さらに、電流制御ループのカットオフ角周波数  $\omega_c$  が機械系の第1次固有振動数に対し十分高く、 $\omega_c$  より低域での利得が約1であることを考慮し、電流制御ループとトルク定数をまとめた電流制御系を比例ゲイン  $K_e^m$  と置き、図3に示すごとく簡略化したPI制御系を構成する。さらに電気制御系の固有振動数および減衰比を式(7)のごとく  $\omega_e$  および  $\zeta_e$  と表せば、モデル定数の設定は容易に行えることになる。

$$\left. \begin{aligned} \omega_i &= \sqrt{\frac{K_r^m K_i^m}{T_i^m J_m^m}} \\ \zeta_i &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_i^m K_r^m K_i^m}{J_m^m}} \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

ただし、この場合、 $KV^m = K_v$ 、 $Tl^m = T_l$ である。

### 3. モデルベースコントロール

#### 3.1 制御系の構成

図3に示す低次元化モデルのブロックダイアグラムは、式(4)～(7)の関係を用いて、図4の点線で囲まれた部分に示すごとく等価に変換される。図4は、このように表された速度制御系についての制御モデルを用いて、機械系の第1次の振動モードと関わる残留振動の低減を目的として構成されたモデルベースコントロール系のブロックダイアグラムを示している。ただし、ここでは一般性を失わないので、 $R_t = 1$ としている。

制御系は、低次元化モデルを用いて推定したモータ軸換算の負荷の推定速度 $\omega/m$ とモータ速度 $\omega^m$ との差にゲイン $K_b$ を乗じて、次式の処理を行う。

$$\omega'_{cmd} = \omega_{cmd} + K_b(\omega/m - \omega^m) \dots (8)$$

すなわち、速度指令値 $\omega_{cmd}$ に補償量 $K_b(\omega/m - \omega^m)$ をフィードフォワード的に加算し、それを実システムへの速度指令値 $\omega'_{cmd}$ とする構成である。

#### 3.2 周波数特性

表1にシミュレーションに用いる実システムとモデルシステムの各パラメータの値を示す。モデルベースコントロール系の伝達関数 $\omega/\omega_{cmd}$ について周波数応答を求めた結果を図5に示す。この場合、ゲイン $K_b$ を0.75としている。図5より、本手法で提案するモデルベースコントロールは、等価的に負荷と減速機出力軸間の減衰定数を大きくすることがわかる。

#### 3.3 ステップ応答のシミュレーション

次に、ルンゲクッタ法を用いてステップ応答を計算し、モデルベースコントロールによる残留振動抑制の効果を検証する。図6はモータの回転速度を $1000\text{min}^{-1}$ までステップ状に起動・停止の指令を与えた場合の応答結果である。この場合も、ゲイン $K_b$ を0.75としている。モデルベースコントロールを行うことで、負荷振動系の減衰能が増し、負荷の残留振動の整定時間を $200\text{ms}$ から $60\text{ms}$ へ、約 $1/3.3$ に低減できることがわかる。

## 4. 実験と考察

#### 4.1 テストスタンドの構成

実験装置の概略を図7に示す。モータに減速比 $1/50$ のハーモニックドライブ減速機が取り付けられており、その出力軸にねじりばね要素を介して慣性体を取り付けられている。この実験システムは、図2に示した3慣性体系のねじり振動系において、 $R_t = 1$ の場合とみなすことができる。各パラメータの諸元を表2に示す。ねじり振動の第1次固有振動数は $31\text{Hz}$ であり、減衰比は $0.08$ である。

## 4.2 制御系の構成

メインループの速度制御系はソフトウェアサーボ構成となっており、速度指令はパーソナルコンピュータから与えられる。このループのサンプリング周期は0.4msである。

一方、低次元化モデルによる補償ループは、シミュレーション結果を基に、後退差分方式(6)を用いてデジタル再設計を行い、DSP(Texas Instruments社製TMS320C25)により実現した。この補償ループのサンプリング周期は1.2msである。ゲイン $K_b$ の設定は、シミュレーションの場合と同様に0.75とした。

## 4.3 残留振動の抑制効果

まず、モータの起動時に発生する残留振動の抑制実験の結果を図8に示す。実験では、モータ速度の指令値を $0\text{min}^{-1}$ から $1000\text{min}^{-1}$ までステップ状に変化させ、負荷慣性体の応答をオシロスコープで観測した。

図8より、モデルベースコントロールを行うことで、 $\omega$ /で生じる残留振動の最大振幅を約1/1.5へ、またその整定時間を大略330msから120msへ、約1/2.8に低減できていることがわかる。なお、残留振動の整定後に生じている脈動は、ハーモニックドライブ減速機が発生するモータ1回転あたり2回の強制励振成分(約33Hz)が機械系を励振しているために生じたものとみなされる。

次に、図9にモータを $1000\text{min}^{-1}$ からステップ状に停止させた場合の応答結果を示す。モデルベースコントロールを行うことで、 $\omega$ /で生じる残留振動の最大振幅を約1/1.5へ、またその整定時間を大略270msから90msへ、約1/3に低減できていることがわかる。

---

## 5. むすび

速度制御系の電気制御部および機械部の低次元化モデルを用いて、負荷の残留振動の抑制を目的とする「モデルベースコントロール手法」について述べた。本手法は、図面情報や実機計測データを用いて、容易にDSPでの実現が可能となる構成である。

具体的に、減速比1/50のハーモニックドライブ減速機を用いたねじり振動系へ本手法を適用した。シミュレーションおよび実験によるステップ応答の比較により、残留振動の抑制に対する有効性を確認できた。整定時間でいえば、その効果は約1/3であった。

---

## 文献

- (1) Futami, S. et al.: "Vibration Absorption Control of Industrial Robots by Acceleration Feedback," IEEE Trans. Ind. Elect., 30-3(1983)、pp.299-305.
- (2) 結城和明・ほか2名:「共振比制御による2慣性共振系の振動抑制制御」、電気学会論文誌、113-10、D(1993)、pp.1162-1169.
- (3) 本家浩一・ほか3名:「外乱オブザーバを用いた弾性ロボットの運動と振動の制御」、機械学会論文集、60-577、C(1994)、pp.3045-3050.
- (4) イヴァンゴドレール・ほか2名:「減速機を含む速度制御系における振動の制御」、精密工学会誌、60-1(1994)、pp.86-90.
- (5) 佐久田博司・ほか2名:「ソフトウェアサーボによるロボットアームの防振制御」、機械学会論文集、54-497、C(1988)、pp.217-220.
- (6) 例えば、美多勉・ほか2名、基礎デジタル制御、(1989)、115-118、コロナ社.

- (7) 伊藤昌彦・賀勢晋司:「歯車減速機構を有する機械系の過渡振動抑制(モデルベースコントロールの適用効果)」、機械学会論文集、64-623、C(1998)、pp.2596-2601.
- 

伊藤 昌彦  
1988年入社  
技術開発部  
振動と制御に関する研究・開発に従事。  
博士(工学)

---

表1 シミュレーション条件

Parameter	Value	Unit
1. Moment of inertia	$J_m$ $1.765 \times 10^{-5}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
	$J_g$ $7.548 \times 10^{-6}$	
	$J_l$ $3.422 \times 10^{-4}$	
2. Torsional stiffness	$K_g$ 5053.5	$\text{N} \cdot \text{m}/\text{rad}$
	$K_s$ 12.769	
3. Damping coefficient	$C_g$ 0.13	$\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}/\text{rad}$
	$C_s$ 0.0108	
4. Gear reducer		
Reduction ratio	$R_g$ 50.0	
5. Velocity loop gain	$K_v$ 0.01	$\text{A}/(\text{rad}/\text{s})$
6. Integral time constant	$T_i$ 0.02	sec
7. Torque constant	$K_t$ 0.316	$\text{N} \cdot \text{m}/\text{A}$
8. Voltage constant	$K_e$ 0.316	$\text{V}/(\text{rad}/\text{s})$
9. Phase resistance	$R$ 4.5	$\Omega$
10. Phase inductance	$L$ 0.0189	H
11. Current loop gain	$K_c$ 118.84	$\text{V}/\text{A}$
12. Current feedback gain	$K_{cb}$ 1.0	
13. Feedback gain	$K_b$ 0.75	
14. Reduced-Order Model		
Moment of inertia	$J_m^m$ $1.765 \times 10^{-5}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
	$J_l^m$ $1.369 \times 10^{-7}$	
Torsional stiffness	$K_s^m$ $5.108 \times 10^{-3}$	$\text{N} \cdot \text{m}/\text{rad}$
Damping coefficient	$C_s^m$ $4.32 \times 10^{-6}$	$\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}/\text{rad}$
Velocity loop gain	$K_v^m$ 0.01	$\text{A}/(\text{rad}/\text{s})$
Integral time constant	$T_i^m$ 0.02	sec
Torque constant	$K_t^m$ 0.316	$\text{N} \cdot \text{m}/\text{A}$

表2 実験装置の機械諸元

Parameter		Value	Unit
Moment of inertia	$J_m$	$1.765 \times 10^{-5}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
	$J_g$	$7.548 \times 10^{-6}$	
	$J_l$	$3.422 \times 10^{-4}$	
Torsional stiffness	$K_g$	5053.5	$\text{N} \cdot \text{m}/\text{rad}$
	$K_s$	12.769	
Damping coefficient	$C_g$	0.13	$\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}/\text{rad}$
	$C_s$	0.0108	
Reduction ratio of gear reducer	$R_g$	50.0	



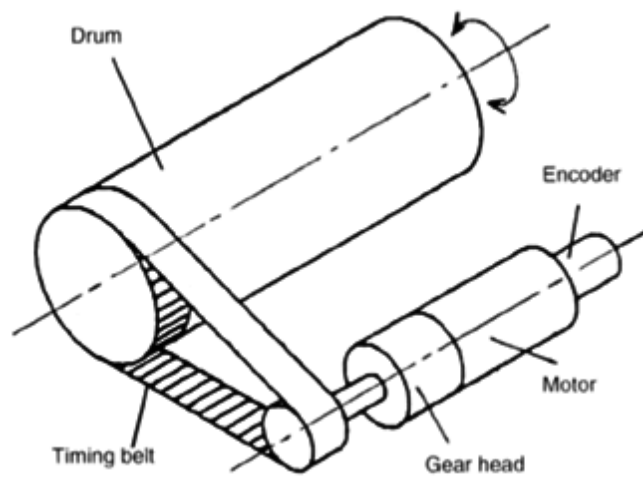


図1 歯車減速機構を有する機械システムの例

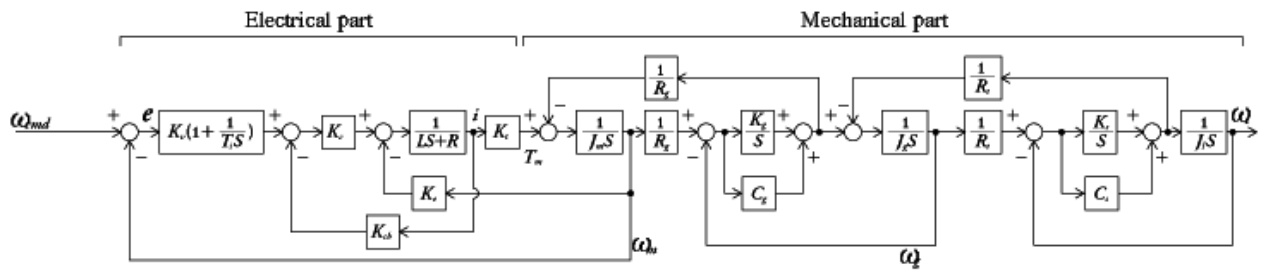


図2 機械制御システムのブロック線図

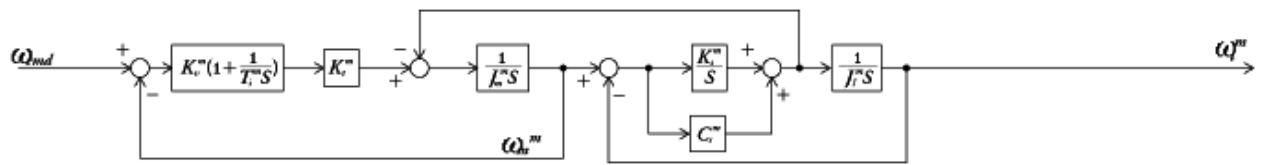


図3 低次元システムのブロック線図

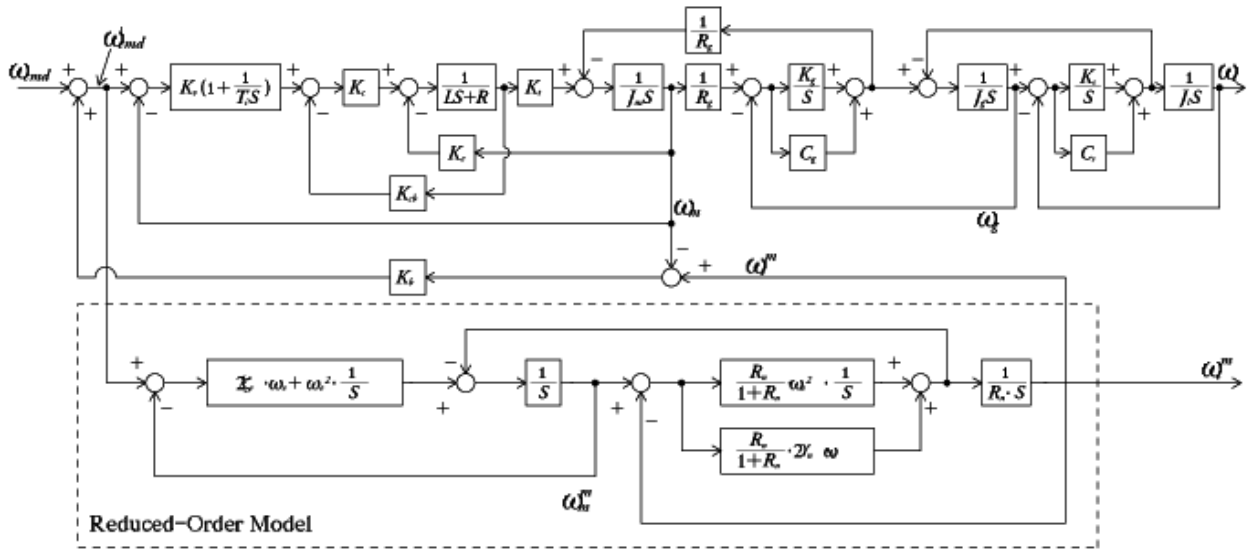
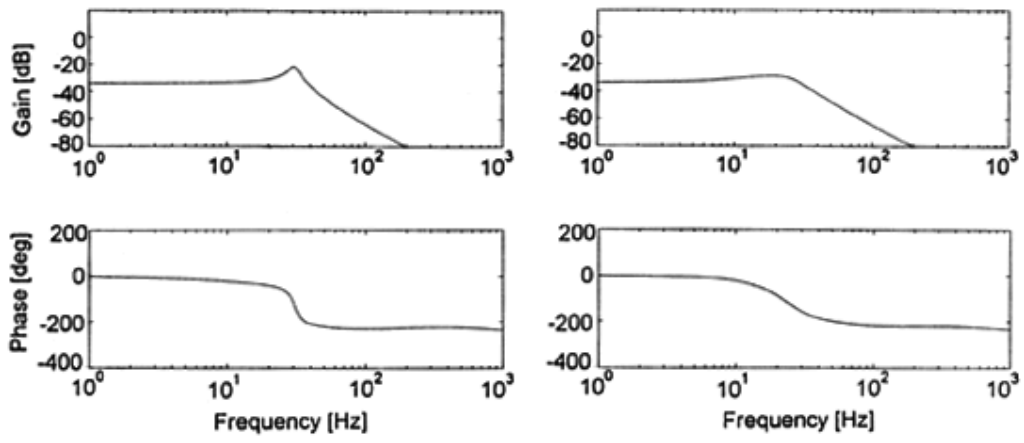


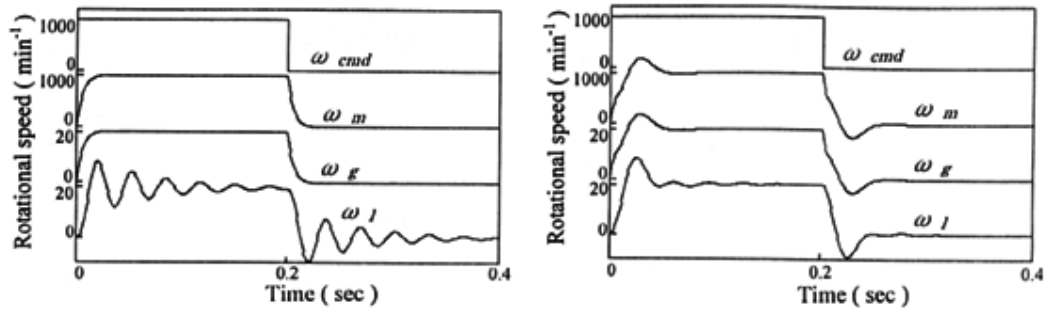
図4 モデルベースコントロールシステムのブロック線図



(a) Without model-based control

(b) With model-based control

図5  $\omega_l / \omega_{cmd}$  のボード線図(シミュレーション)



(a) Without model-based control

(b) With model-based control

図6 ステップ応答のシミュレーション結果

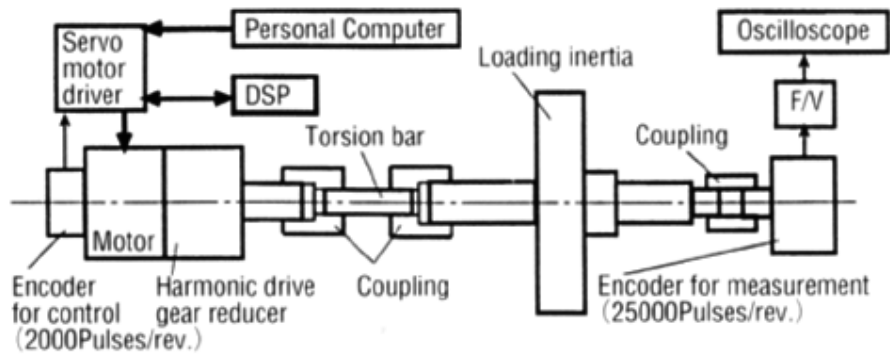
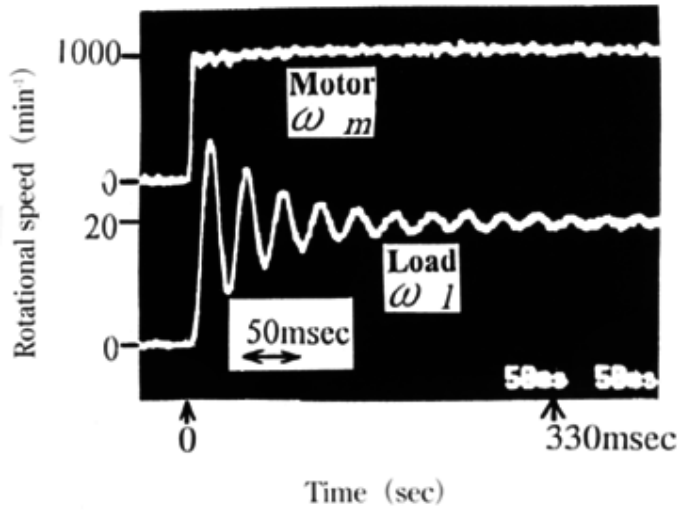
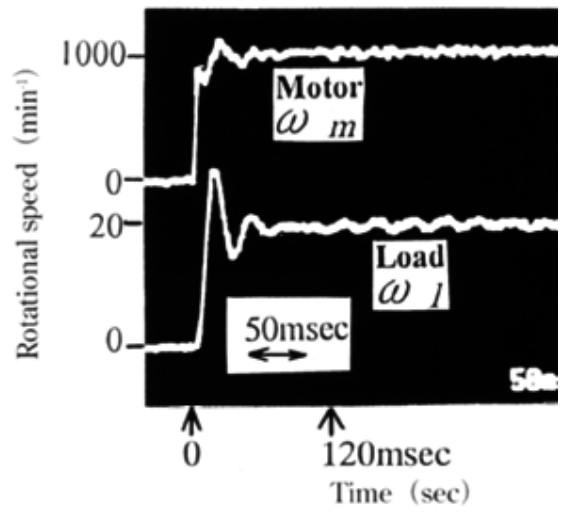


図7 実験装置の構成



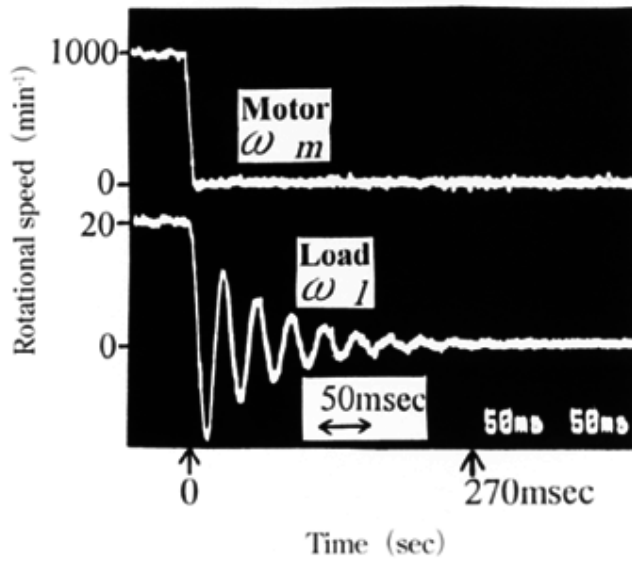
(a) Without model-based control



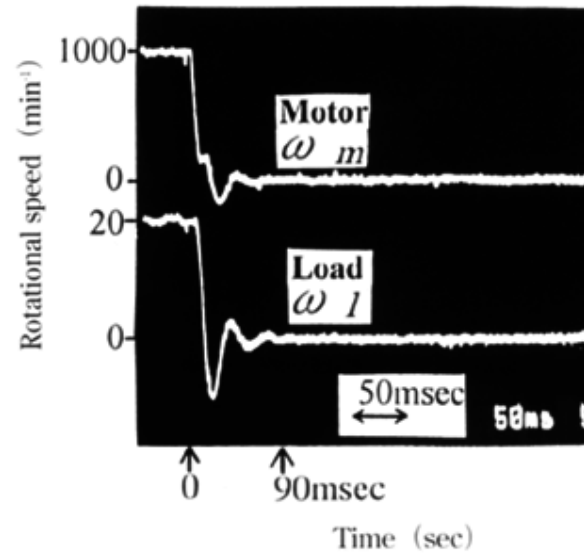
(b) With model-based control

図8 ステップ応答の実験結果(起動時)





(a) Without model-based control



(b) With model-based control

図9 ステップ応答の実験結果(停止時)